07/04/08

- Este examen consta de 10 preguntas y 40 puntos (40% de la nota final). Léalo cuidadosamente.
- No se permite el uso de dispositivos electrónicos.
- De acuerdo al Reglamento de Sanciones Y Procedimientos Disciplinarios Artículos del 9 al 13, la falta de probidad en este examen puede ser sancionada con la expulsión.
- Al escribir su nombre y su carnet Ud. declara que entiende y acepta estas condiciones.

Nombre y Carnet: ______________________

Selección Simple

1. (2 puntos) Toda fuerza $\bar{F} = F_x\hat{x} + F_y\hat{y} + F_z\hat{z}$ constante

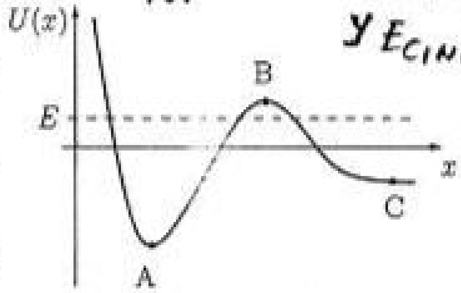
   A. realiza trabajo positivo
   B. es conservativa → ya que el Trabajo realizado por ella es independiente de la trayectoria descrita por la partícula.
   C. es imposible de derivar de un potencial
   D. realiza trabajo negativo
   E. ninguna de las opciones anteriores es cierta

2. (2 puntos) En *toda* colisión, para el sistema de partículas involucrado *siempre* se cumple que

   A. la energía cinética total del sistema antes y después de la colisión es el mismo
   B. el momentum total del sistema justo antes y después de la colisión se mantiene invariante Conservación del momentum
   C. las velocidades finales de las partículas son iguales a las velocidades antes de la colisión
   D. hay un cambio en la energía total del sistema
   E. ninguna de las aseveraciones anteriores es cierta

3. (2 puntos) Una partícula con energía mecánica E se encuentra bajo la influencia del potencial mostrado en la figura. Se puede afirmar que

   A. La partícula no tiene energía suficiente para llegar a B desde A → $E_{TOT} = U(x) + E_{CINÉTICA}$ y $E_{CINÉTICA} \geq 0$ siempre
   B. La fuerza asociada al potencial en A es positiva ✗ NO. $F(x=A)=0$
   C. El Punto C es un mínimo del potencial ✗ NO
   D. B es un punto de equilibrio estable ✗
   E. Ninguna de las anteriores



B es punto de equilibrio inestable.

4. (2 puntos) Dos partículas de masas m_1 y m_2 inicialmente en reposo se encuentran unidas por un resorte que se mantiene comprimido con un hilo, si el hilo se rompe, las rapideces v_1 y v_2 de las partículas cumplen con

A. $v_1 = v_2$

B. $m_1 v_1 = m_2 v_2$ → Por conservación del momentum

C. $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

D. $v_1 v_2 = m_1 m_2$

E. ninguna de las opciones anteriores es cierta

$\vec{P}_i = 0 = \vec{P}_{final} = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$

$\Rightarrow m_1 \vec{v}_1' = -m_2 \vec{v}_2'$

5. (2 puntos) Un bloque de masa m se mueve con rapidez inicial v en una superficie horizontal sin fricción hacia un resorte con constante de elasticidad k y masa despreciable conectado a una pared. La compresión máxima del resorte será:

A. $\sqrt{\frac{2m}{k}} v$ B. $\sqrt{\frac{m}{k}} v$ C. $2\sqrt{\frac{m}{k}} v$ D. $\sqrt{\frac{2m}{k}}$ E. $m\sqrt{\frac{2v}{k}}$

$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} K x_{máx}^2$

$\rightarrow x_{máx} = v \cdot \sqrt{\frac{m}{K}}$

6. (2 puntos) Un oscilador armónico simple de frecuencia angular ω parte (en $t = 0$) del orígen con velocidad inicial v_0 en sentido negativo $-xO$. Su posición para todo instante de tiempo es entonces:

A. $x(t) = \frac{v_0}{\omega} \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$

B. $x(t) = \frac{v_0}{\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

C. $x(t) = v_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

D. $x(t) = \omega \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$

E. $x(t) = \frac{v_0}{\omega} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

Velocidad

$\dot{x}(t=0) = \left(\frac{v_0}{\omega}\right) \cdot \omega \left[-\operatorname{sen}(\omega \cancel{t} + \frac{\pi}{2}) \right]$

$= -v_0 \cdot \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2}) = -v_0$

7. (2 puntos) Una bala alcanza un blanco inmóvil. ¿En qué caso el *impulso* sobre el blanco es mayor?

A. si la bala atraviesa el blanco

B. si la bala rebota elásticamente en el blanco

C. si la bala se incrusta en el blanco

D. es igual en todos los casos mencionados

E. ninguno de los anteriores

$\underbrace{\vec{I} = \Delta \vec{P}} = \int \vec{F} \cdot dt$

Considerar mayor transferencia de energía posible ...

8. (2 puntos) Un bloque de 3 kg unido a un resorte ejecuta un movimiento armónico simple de acuerdo a la expresión $x(t) = (2\text{ m}) \cos[(50\text{ rad/s})t + (5\text{ rad})]$ La constante k del resorte es entonces

A. 1 N/m

B. 100 N/m

C. 7500 N/m

D. 5000 N/m

E. ninguna de los anteriores

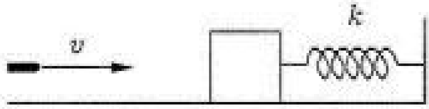
$\omega = 50\ [rad/s]$. Pero $\omega^2 = \frac{K}{m}$

$\rightarrow K = m \cdot \omega^2 = (3 \cdot kg) \cdot 2500 \left[\frac{rad^2}{s^2}\right]$

$\boxed{K = 7.500 \left[\frac{N}{m}\right]}$

Desarrollo

9. Un bala de rifle de 5 g se incrusta en un bloque de 995 g que descansa en una superficie horizontal sin fricción sujeto a un resorte espiral de $k = 900$ N/m. El impacto comprime el resorte 5 cm



(a) (3 puntos) Calcule la rapidez V del bloque inmediatamente después del impacto

(b) (3 puntos) ¿Qué rapidez v tenía inicialmente la bala?

(c) (3 puntos) ¿Cual fué el cambio en la energía cinética ΔK del sistema en la colisión?

(d) (3 puntos) El sistema queda en movimiento armónico simple despues de la colisión. Escriba una expresión para la posición $x(t)$ del bloque con la bala incrustada en función del tiempo

a) Por Conservación de la energía mecánica, justo después del choque, se cumple que

¡ojo!

$\boxed{5[cm] = 5\times10^{-2}\,[m]}$

$\boxed{995+5\,[gr] = 1\,[Kg]}$

$$\frac{1}{2}(m_b + m_{bloq})\cdot V^2 = \frac{1}{2} K X^2_{Máx}$$

Despejando para $V \rightarrow$ $V = X_{máx}\sqrt{\dfrac{K}{(m_b + m_{bloq})}}$

3ptos

$$\boxed{V = 1,5\ [m/s]}$$

b) Por conservación del momentum:

$$m_b \vec{v} = (m_b + m_{bloq})\cdot\vec{V} \rightarrow \vec{v} = \left(\frac{m_b + m_{bloq}}{m_b}\right)\cdot\vec{V}$$

$$\boxed{|\vec{v}| = 300\ [m/s]}$$

3ptos

SIGUE

9) CONTINUACIÓN...

c) $\Delta K = E_{c})_f - E_{c})_{inic}$

$$= \frac{1}{2}(m_b + m_{bloq}) \cdot V^2 - \frac{1}{2} m_b \cdot v^2$$

Sustituyendo los valores numéricos,

$$\Delta K = \frac{1}{2}(1 Kg)\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}(5\times10^{-3}).(300)^2$$

$$\simeq \frac{9}{8} - \frac{1}{2}5\times 9\times 10 \cong \boxed{-224 \text{ [Joules]} = \Delta K}$$

3ptos

d) tomando como origen del sistema de referencia la posición en reposo (inicial) del bloque sujeto al resorte:

$x(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, con $A = 5$ [cm]

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{(m_b + m_{bloq})}} = \sqrt{\frac{900 \ N/m}{1 \ Kg}} = 30 \ [rad/seg]$$

y las condiciones iniciales $\begin{cases} x(t=0) = 0 \\ \dot{x}(t=0) = +V = A.\omega \end{cases}$

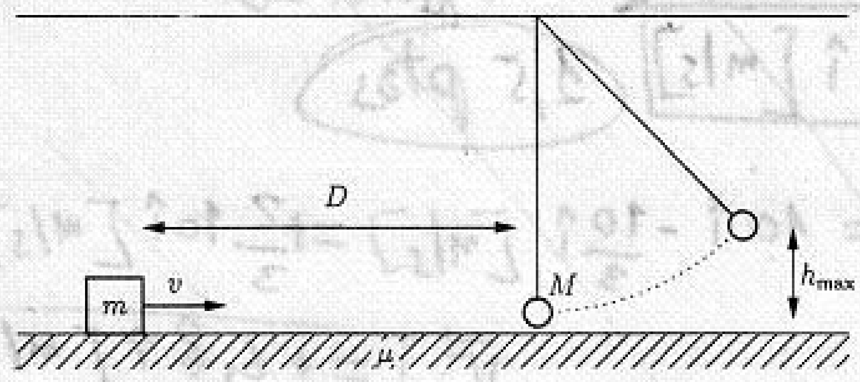
3ptos

$$\Longrightarrow \delta = -\frac{\pi}{2}$$

La expresión para la posición del bloque queda finalmente

$$\boxed{x(t) = 5.\cos\left(30t - \frac{\pi}{2}\right) \quad [cm]}$$

10. Un bloque de masa $m = 1,0$ kg que parte con rapidez inicial $v = 10$ m/s, se encuentra sobre una superficie con fricción cinética de $\mu = 0,5$. Tras recorrer una distancia $D = 1,9$ m, choca elásticamente con un péndulo de masa $M = 2.0$ kg. Tomando $g = 10$ m/s^2,



(a) (3 puntos) Calcule el trabajo realizado por el roce sobre el bloque desde su partida hasta justo antes del impacto

(b) (3 puntos) Calcule la rapidez del bloque y de la masa del péndulo inmediatamente después del impacto

(c) (3 puntos) Determine la distancia $d_{\max}$ recorrida por el bloque después de la colisión antes de detenerse. ¿En qué dirección es este desplazamiento?

(d) (3 puntos) Determine la altura máxima $h_{\max}$ que alcanza el péndulo después de la colisión

a) $T_{ROCE} = -\mu_c \cdot N \cdot D = -\mu_c \cdot mg \cdot D = -(0,5)\cdot\left(1\,Kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2}\right)\cdot(1,9\,m)$

$$\boxed{T_{ROCE} = -9,5 \text{ Joules}}$$ 3ptos

b) como el choque es elástico, se conserva la energía cinética. El momentum también se conserva:

$\vec{v}_a$ = velocidad antes del choque

$\vec{P}_{inic} = \vec{P}_f \Rightarrow m\vec{v}_a = m\vec{v}\,' + M\vec{V}$ (I)

$E_{c)i} = E_{c)f} \Rightarrow \frac{1}{2} m\,\vec{v}_a\cdot\vec{v}_a = \frac{1}{2} m\,\vec{v}\,'\cdot\vec{v}\,' + \frac{1}{2} M\,\vec{V}\cdot\vec{V}$

$$m(\vec{v}_a + \vec{v}\,')\cdot(\vec{v}_a - \vec{v}\,') = M\vec{V}\cdot\vec{V}$$ (II)

Resolviendo para $\vec{v}\,'$ y $\vec{V}$, velocidades después del choque para el bloque y el péndulo, respectivamente: SIGUE

$\vec{v}' = \frac{(m-M)}{(m+M)}\vec{v}_a$, Como $m<M$, el bloque choca con el péndulo y rebota, moviéndose hacia la izquierda.

b) CONTINUACIÓN..

El módulo de $\vec{v}_a$ se obtiene a partir de la variación de la energía cinética y el trabajo realizado por la fuerza de roce:

$$-9{,}5\ [J] = \frac{1}{2}m v_a^2 - \frac{1}{2}m v^2\ [J]$$

$$\rightarrow v_a^2 = \left[\frac{1}{2}m v^2 - 9{,}5\right]\frac{2}{m} = 81\ [m^2/s^2]$$

$\therefore$ $\boxed{v_a = 9\ [m/s]}$ VELOCIDAD BLOQUE JUSTO ANTES DEL CHOQUE

por lo tanto, $\boxed{\vec{v}' = -3\hat{\imath}\ [m/s]} \rightarrow$ 1,5 ptos

VELOCIDAD BLOQUE DESPUÉS DEL CHOQUE

y $\vec{V} = \vec{v}_a + \vec{v}' = (9-3)\hat{\imath}\ [m/s] = \boxed{+6\hat{\imath}\ [m/s] = \vec{V}}$ PÉNDULO DESPUÉS DEL CHOQUE

1,5 ptos

c) $T_{ROCE} = -\mu_c \cdot mg \cdot x_{rec} = \cancel{E_{c)f}} - E_{c)inic} = -\frac{1}{2}m(v')^2$ 3 ptos

$$\Rightarrow x_{rec} = \frac{(v')^2}{2\mu_c \cdot g} = \frac{3^2}{2(\frac{1}{2})10} = \boxed{\frac{9}{10}\ [m] = 0{,}9\ [m] = x_{rec}}$$

Distancia recorrida: 90 cm a la izquierda del péndulo en reposo antes de detenerse

d) Por conservación de energía.

$$Mgh_{máx} = \frac{1}{2}M(V)^2 \rightarrow h_{máx} = \frac{(V)^2}{2g} = \frac{6\times 6}{2\times 10} =$$

$\boxed{h = 1{,}8\ [m]}$ 3 ptos